Metoda sila- ukratko

Stepen statičke neodređenosti definišemo kao

$$n = (z_o + z_u + z_s + z_k) - 2k\,,$$

gdje su

$z_o + z_u + z_s + z_k + m$ - broj nepoznatih reakcija oslonaca, reakcija uklještenja, aksijalnih sila u štapovima i momenata na krajevima štapova,

$2k + m$ - broj uslova ravnoteže čvorova sistema.

Osnovni sistem dobijamo kada iz SON-a uklonimo *n* elemenata čije smo reakcije veza (promišljeno) usvojili za statički neodređene veličine. Osnovni sistem **mora** biti statički određen, a poželjno je da bude lagan za rješavanje.

Stepen spoljašnje statičke neodređenosti $n_s = (z_o + z_u + 2z_z) - 3z_p$ i stepen unutrašnje statičke neodređenosti $n_u = (z_s + z_k) - (2k - 3)$ definišu koliko je moguće ukloniti spoljašnjih ili unutrašnjih elemenata, ali nam ne daju tačan podatak šta da usvojimo za statički neodređene veličine (neophodno razmisliti, pošto unutrašnju statičku preodređenost možemo nadoknaditi spoljašnjim vezama, a spoljašnju neodređenost smanjiti uklanjanjem unutrašnjih veza). Generalno, pogodnije je usvojiti što je moguće više spoljašnjih statički neodređenih veličina, jer je reakcija veze spoljašnjeg elementa *jedna* sila (reakcija oslonca ili ukljštenja) a unutrašnjeg su *dvije* (presječne sile).

Stepen statičke neodređenosti *n* predstavlja i stepen kinematičke stabilnosti posmatranog nosača, tj. 'višak' uslova kompatibilnosti u odnosu na broj nepoznatih komponentalnih pomjeranja čvorova sistema u_i^*, v_i^*. Taj 'višak' jednačina ćemo iskoristiti za određivanje *n* neodređenih statičkih veličina.

Princip linearne superpozicije glasi

$$Z = Z_0 + Z_1 X_1 + Z_2 X_2 + \ldots + Z_n X_n = Z_0 + \sum_{i=1}^{n} Z_i X_i$$

i kaže da je bilo koji uticaj u statički neodređenom nosaču jednak zbiru (n+1)-og uticaja u osnovnom sistemu:

-usljed spoljašnjeg opterećenja (Z_0) i

-usljed djelovanja statički neodređenih $X_i = 1$ (Z_i) pomnoženim sa stvarnim vrijednostima X_i.

Generalisano pomjeranje statički neodređenog nosača je

$$\delta = \int_S \left(\frac{\bar{M}M}{EI} + \frac{\bar{N}N}{EF} + k\frac{\bar{T}T}{GF} \right) ds + \int_S \left(\bar{M}\alpha_T \frac{\Delta t}{h} + \bar{N}\alpha_T t^{\circ} \right) ds - \sum_j \bar{C}_j c_j$$

gdje nadvučene veličine predstavljaju uticaje u **osnovnom sistemu** usljed generalisane sile, a nenadvučene su uticaji u **osnovnom sistemu** usljed spoljašnjeg opterećenja.

Generalisana pomjeranja koja tražimo odgovaraju usvojenim statički neodređenim veličinama, a njihova vrijednost je (jer smo ukinuli krutu vezu) jednaka nuli.

Tako dobijamo uslovne jednačine metode sila

$$DX + \delta_0 = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \cdots & \delta_{1n} \\ \delta_{11} & \delta_{11} & \cdots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \cdots & \delta_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \\ \vdots \\ \delta_{n0} \end{bmatrix} = 0$$

gdje je D matrica pomjeranja (fleksibilnosti), X vektor statički neodređenih veličina a δ vektor slobodnih članova. Opšti član matrice fleksibilnosti δ_{ik} predstavlja pomjeranje na mjestu *i* usljed dejstva jedinične sile na mjestu *k* i računamo ga kao

$$\delta_{ik} = \int_S \left(\frac{M_i M_k}{EI} + \frac{N_i N_k}{EF} + k\frac{T_i T_k}{GF} \right) ds$$

gdje su $M_i, N_i\, i\, T_i$ uticaji u osnovnom sistemu usljed dejstva statički neodređene $X_i = 1$ a $M_k, N_k\, i\, T_k$ uticaji u osnovnom sistemu usljed dejstva statički neodređene $X_k = 1$. Očigledno, matrica fleksibilnosti je simetrična, tj. opšti član matrice fleksibilnosti δ_{ik} (pored opisanog) predstavlja i pomjeranje na mjestu k usljed dejstva jedinične sile na mjestu *i.*

Vektor slobodnih članova u opštem slučaju se sastoji od četiri člana

$$\delta_0 = \delta_{opt} + \delta_{t^\circ} + \delta_{\Delta t} + \delta_c$$

koje računamo kao

$$\delta_{i\,opt} = \int_S \left(\frac{M_i M_0}{EI} + \frac{N_i N_0}{EF} + k\frac{T_i T_0}{GF} \right) ds$$

$$\delta_{it^\circ} = \int_S N_i \alpha_T\, t^\circ ds$$

$$\delta_{i\Delta t} = \int_S M_i \alpha_T \frac{\Delta t}{h} ds$$

$$\delta_{ic} = -\sum_j C_{ji} c_j$$

gdje su $M_i, N_i\, i\, T_i$ (kao i kod matrice fleksibilnosti) uticaji u osnovnom sistemu usljed dejstva statički neodređene $X_i = 1$ a $M_0, N_0\, i\, T_0$ uticaji u osnovnom sistemu usljed dejstva spoljašnjih sila; C_{ji} je reakcija oslonca j usljed dejstva statički neodređene $X_i = 1$, a t°, $\Delta t\ i\ c_j$ su zadani temperaturni uticaji i pomjeranja oslonaca.

Rješavanjem uslovnih jednačina dobijamo stvarne vrijednosti statički neodređenih veličina, a principom linearne superpozicije dobijamo stvarne uticaje u nosaču.

Pošto su članovi matrice fleksibilnosti i vektora slobodnih članova veoma male veličine (jer su to pomjeranja i obrtanja), obično ih u zadacima množimo sa nekom referentnom (usvojenom) krutošću na savijanje EI_c, te dobijamo redukovane veličine

$$\delta_{ik}^* = EI_c \delta_{ik} = \int_S M_i M_k ds' + \int_S N_i N_k ds'' + \int_S T_i T_k ds'''$$

$$\delta_0^* = EI_c \delta_0 = \int_S M_i M_k ds' + \int_S N_i N_k ds'' + \int_S T_i T_k ds''' + EI_c \int_S N_i \alpha_T\, t^\circ ds + EI_c \int_S M_i \alpha_T \frac{\Delta t}{h} ds - EI_c \sum_j C_{ji} c_j$$

gdje smo $\frac{I_c}{I} ds$ zamijenili sa ds', $\frac{I_c}{F} ds$ sa ds'' i $k\frac{EI_c}{GF}$ sa ds'''.

Uvrštavajući ih u uslovne jednačine dobijamo

$$EI_c \cdot D \cdot X + EI_c \cdot \delta_0 = 0 \quad / EI_c$$

$$D \cdot X + \delta_0 = 0$$

Dakle vrijednosti statički neodređenih koje dobijamo na ovaj način su jednake onim dobijenim bez redukovanja. Olakšica koju dobijamo redukovanjem je u tome što imamo relativno velike brojeve te je manja šansa da nastane greška usljed zaokruživanja. Dakle, na početku zadatka odmah odredimo redukovane dužine $l_{ik}' = l_{ik} \frac{I_c}{I_{ik}}$ i $l_{ik}'' = l_{ik} \frac{I_c}{F_{ik}}$ (uticaj transverzalnih sila ćemo uvijek zanemarivati), te u postupku numeričke integracije koristimo ovako definisane dužine štapova. Obratiti pažnju da prilikom redukovanja slobodni članovi usljed temperaturnih uticaja zadržavaju stvarnu dužinu.

Prednost metode sila (u odnosu na približnu metodu deformacije) je jednostavan algoritam a nedostatak je sloboda koju imamo pri izboru osnovnog sistema.