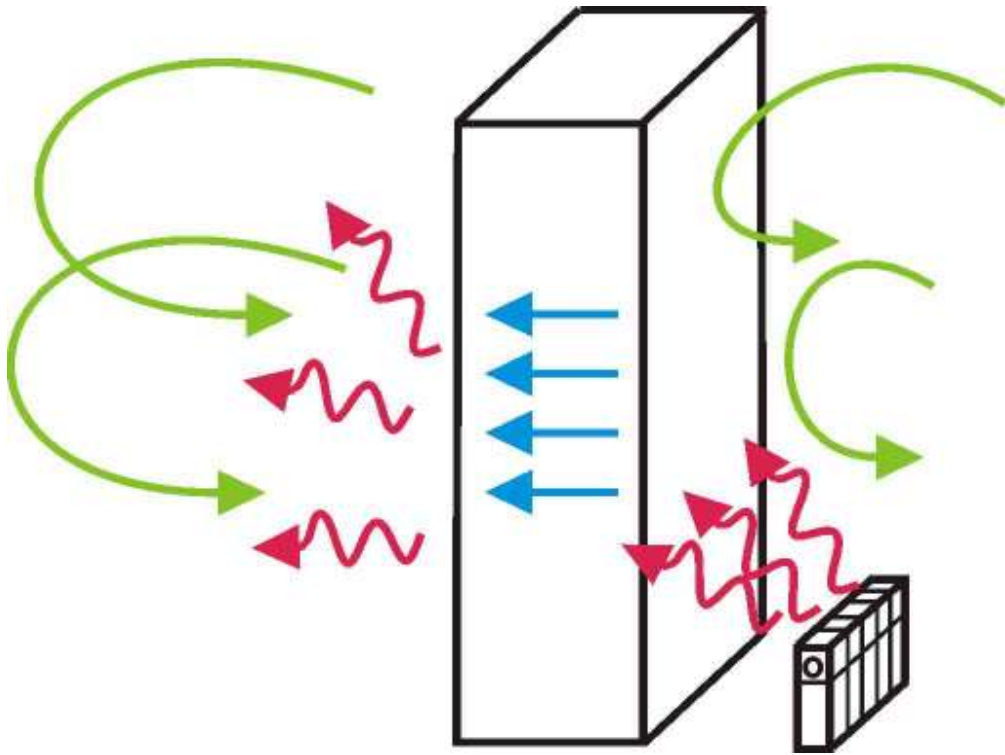


TOPLOTA



Provođenje toplote kroz čvrste materijale

$$Q = \frac{\lambda}{d} S(t_1 - t_2)\tau$$

λ - koeficijent toplotne provodljivosti $\left[\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \right]$

d – debljina zida; S – površina; t_1, t_2 – temperature
 τ – vrijeme.

Prelaz toplote (Njutnov zakon hlađenja)

– razmjena toplote između vazduha i čvrste površine (zida)

$$Q = \alpha S(t_L - t_O)\tau$$

α – koeficijent prelaza toplote $\left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$

Razmjena toplote zračenjem

– razmjena između dve ravne paralelne površi:

$$Q = \alpha_s S(t_1 - t_2)\tau$$

α_s – koeficijent prelaza toplote zračenjem

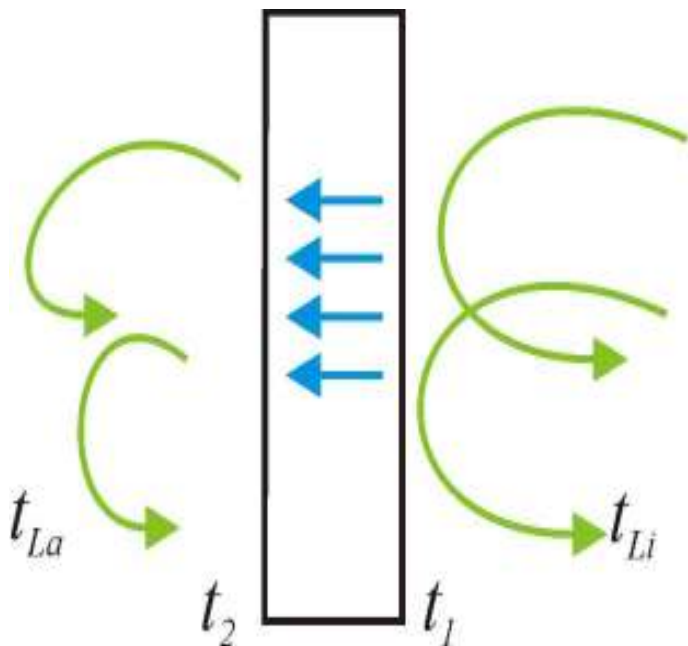
$$\alpha_s = \alpha \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_s}} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$$

α – toplotni faktor, jednak 1 za sobne temp.

C_1, C_2 – koeficijenti zračenja površi

$C_s = 5,7536 \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}} \right]$ – koef. zračenja aps. crnog tijela

PROVOĐENJE TOPLOTE KROZ GRAĐEVINSKE ELEMENTE – STACIONARNO STANJE



stanje je stacionarno:

$$q = \alpha_i S (t_{Li} - t_1);$$

$$q = \frac{\lambda}{d} S (t_1 - t_2);$$

$$q = \alpha_a S (t_2 - t_{La}).$$

Ove 3 jednačine možemo napisati kao:

$$q = k S (t_{Li} - t_{La}),$$

gdje je $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a}}$ – koeficijent PROLAZA toplote.

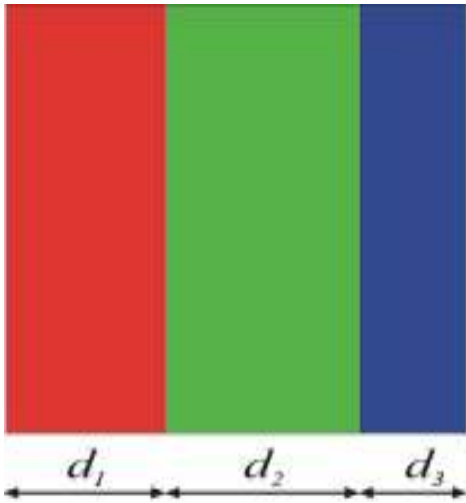
$\Lambda = \frac{\lambda}{d}$ – propustljivost toplote građevinskog materijala
– recipročne vrijednosti su **otpri**:

$\frac{1}{\lambda}$ – otpor PRELAZU toplote

$\frac{1}{k}$ – otpor PROLAZU toplote

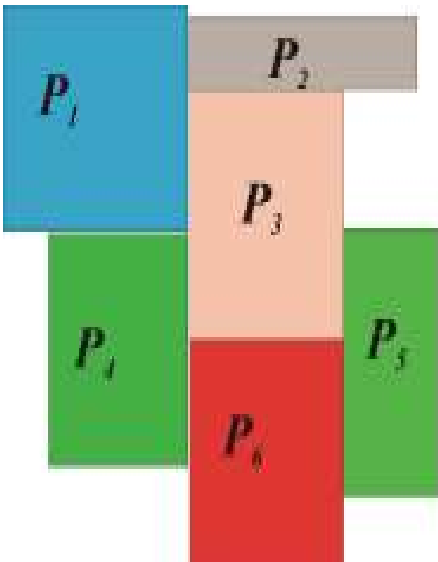
$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{d}{\lambda} \left[\frac{\text{m}^2 \cdot \text{K}}{\text{W}} \right] - \text{otpor PROPUSTLJIVOSTI toplote}$$

Za složene elemente:



$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} + \dots + \frac{d_n}{\lambda_n}$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\Lambda} + \frac{1}{\alpha_a}}$$



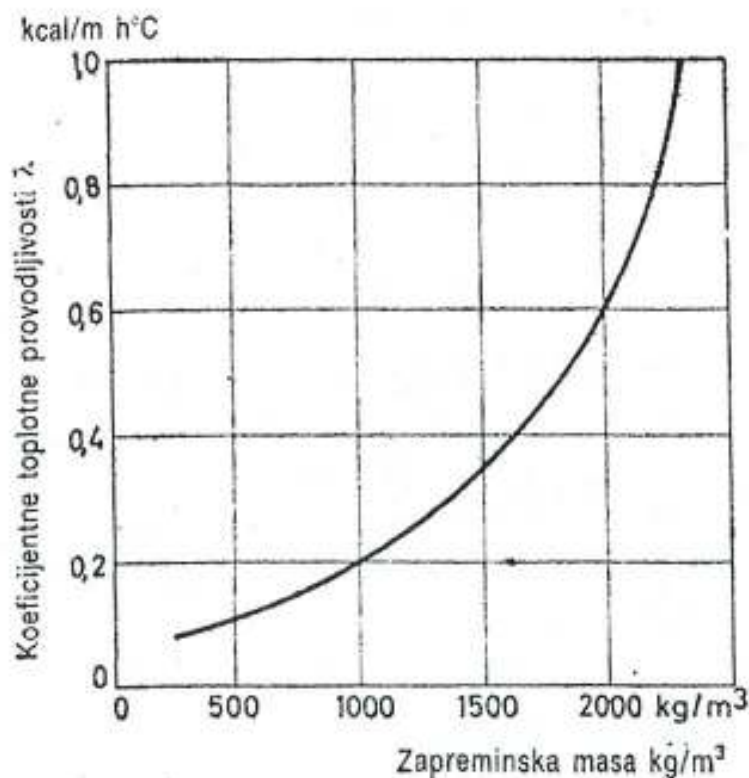
$$\frac{1}{\Lambda_m} = \frac{1}{p_1 \Lambda_1 + p_2 \Lambda_2 + \dots + p_n \Lambda_n},$$

gdje su p_1, p_2, \dots, p_n odnosi pojedine površi naprema ukupnoj površi.

RAČUNSKE VRIJEDNOSTI KEFICIJENATA

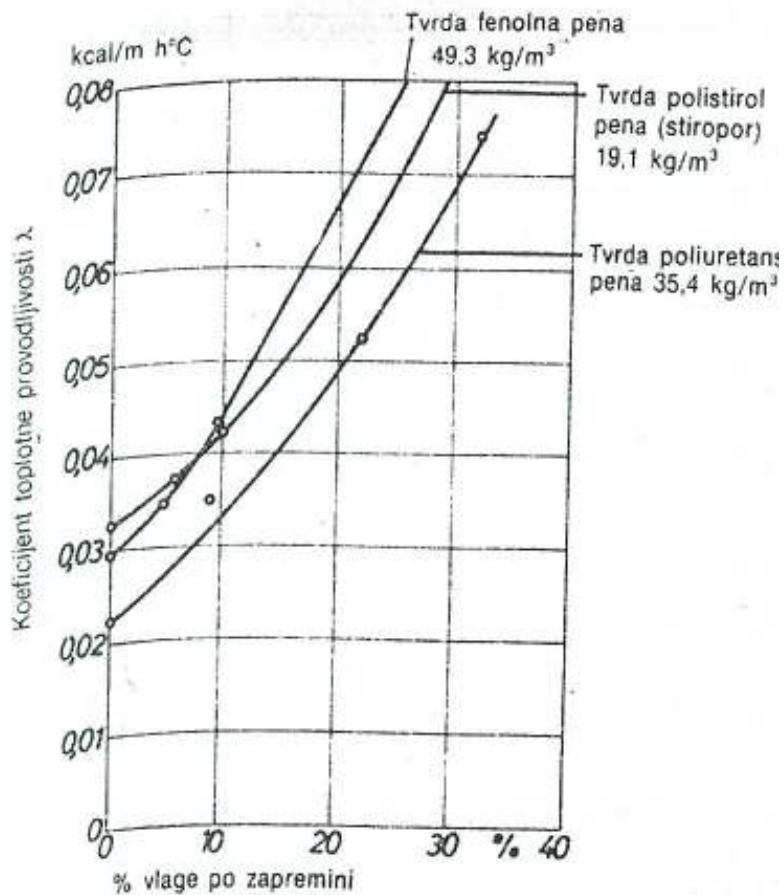
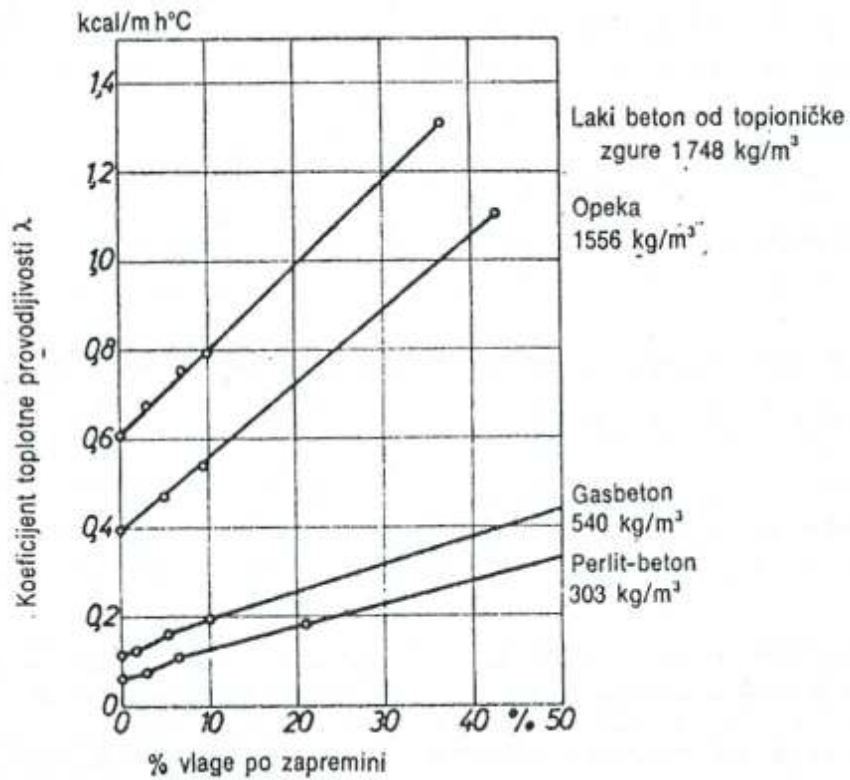
Koeficijent toplotne provodljivosti

- građ.materijali su manje-više porozni, što znači da njihovo λ leži između provodljivosti čvrstih tijela i vazduha
- λ raste sa gustinom
- λ raste i sa temperaturom, ne značajno za građ.uslove



Materijal	λ [W/mK]
Prirodni kamen	2,3 – 3,5
Građ.materijali sv.vrste	0,12 – 2,3
Izolacioni materijal	0,035 – 0,12

- λ jako zavisi od vlage!



Koeficijent prodiranja toplote

$b = \sqrt{c \cdot \lambda \cdot \rho}$ Materijali sa malim b se **brže** zagrijava!

Materijal	$b \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{K} \sqrt{\text{s}}} \right]$
Teški beton	1400 – 2100
Laki beton	560 – 1400
Opeka	840 – 1100
Drvo	420 – 560
Pluta	140 – 210

Koeficijent prelaza toplote

	$\alpha \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \right]$	Otpor prelazu α^{-1}
Unutar: površina zida , prozor	8	0,125
Podovi i tavanice		
Odozdo na gore	8	0,125
Odozdo na dole	6	0,166
U uglovima	4,5 – 6	0,22 – 0,166
Na spoljašnoj strani, brzina vazduha $v = 2 \text{ m s}^{-1}$	23	0,043

Koeficijent zračenja

- najveći koeficijent zračenja ima aps.cрно tijelo
- metali sa sjajnom površi imaju znatno manji koef.
- boja **nema** uticaj na koeficijent zračenja (osim ako boja ne sadrži metal), pri normalnim teperaturama
- pri visokim temp. boja **ima** značaj

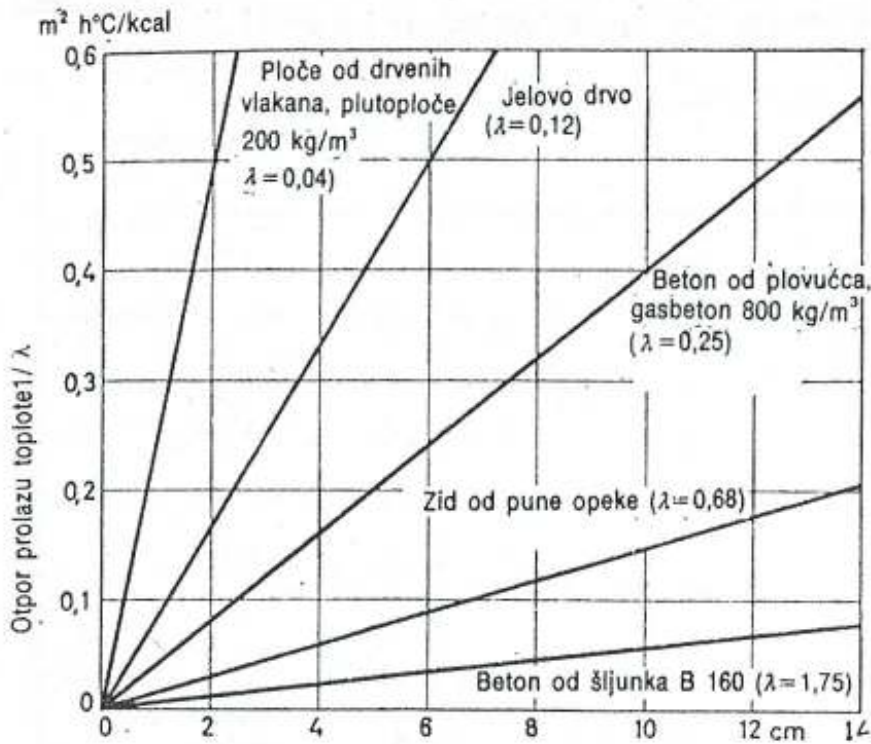
Materijal i stanje površine	$C \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right]$
Metali: Ag, uglučano	0,12 – 0,17
Cu, uglučan	0,17
Al, valjano, sjajan	0,23
Ni, uglučan	0,25
Fe, brušeno	1,4
Fe, sa pokoricom liva	5,2
Fe, veoma zardalo	4,9
Materijali razni: azbest	5,6
Krovna ljepenka	5,3
Gips	5,2
Staklo	5,4
Drvo	5,4
Papir	5,3
Oluci	5,7
Opeke, malter	5,3

Materijal i stanje površine	$C \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right]$
Premazi: aluminij-bronza	1,16 – 2.32
Emajl-lak, crni	5,22
Špiritus-lak, crni	4,76
Lak na grejnom tijelu	5,34
Ostali lakovi, uljane boje	4,87 – 5,45
Apsolutno crno tijelo	5,75

- koeficijenti prelaza toplote zračenjem α_s (orientaciono)

Temperatura površine [$^{\circ}C$]	$\alpha_s \left[\frac{W}{m^2 K} \right]$	
	Sjajne metalne površine	Nemetalne površine sv.vrste
0 – 10	0,12	4,6
10 – 20	0,12	5,0
20 – 50	0,17	6,4
50 – 100	0,23	10,4

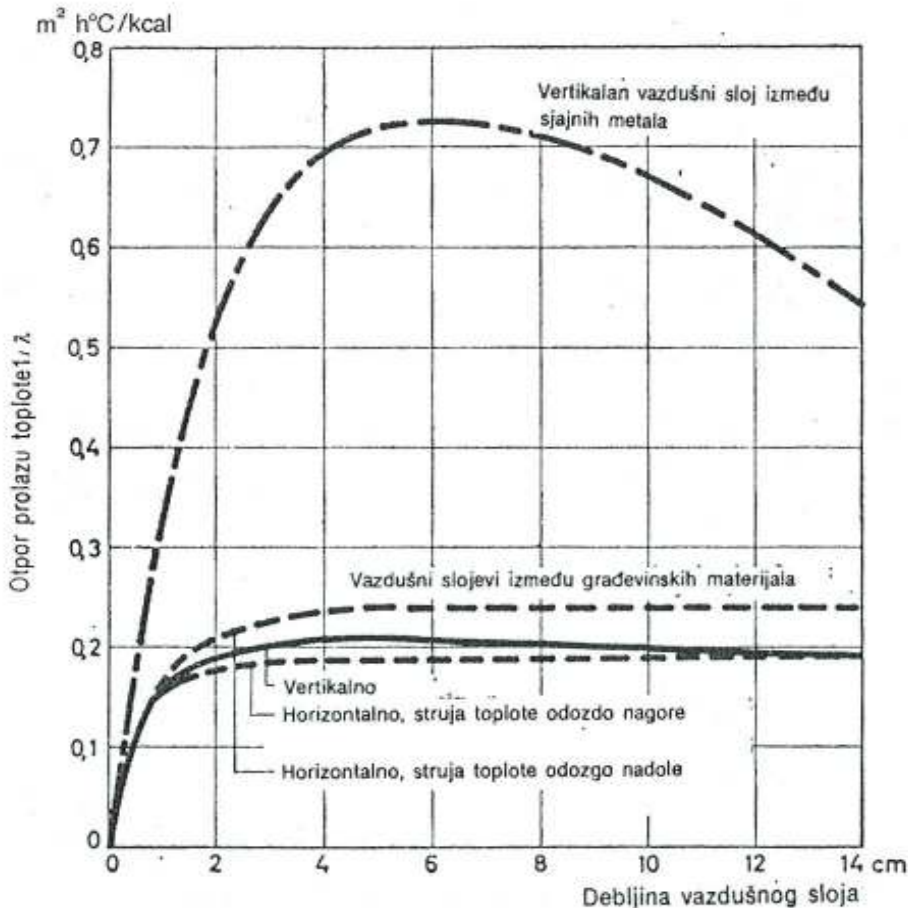
Toplotna zaštita pomoću vazdušnih slojeva



- kod čvrstih tijela otpor prolaza toplote

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{d}{\lambda} \left[\frac{\text{m}^2 \text{K}}{\text{W}} \right]$$

linearno raste sa debljinom čvrstog tijela



- kod vazduha situacija je drugačija, otpor prolazu toplote dostiže saturaciju kod određenih debljina

- odavde zaključujemo da je toplotnu izolaciju moguće povećati sa više uzastopnih komora (prekida), nego sa samo jednim prekidom iste debljine!
- prenošenje toplote **zračenjem** je nezavisno od debljine sloja vazduha, dok za veće slojeve vazduha glavni mehanizam provođenja toplote preuzima **konvekcija!**

Akumulacija toplote

- **stalno loženje** – temperatura unutrašnje površine zida zavisi samo od toplotne izolacije i spoljašnje temp
- **periodično loženje ili kolebanje temperature** – na unutrašnju temperaturu utiče i sposobnost **akumulacije toplote**
- **toplotni kapacitet** – sposobnost materijala da sakupi

toplotu:
$$C = c \cdot m = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T} \cdot m = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right]$$

- **akumulacija toplote** - $W = c \cdot \rho \cdot d$,

$$\Rightarrow W = \frac{\Delta Q}{m \cdot \Delta T} \cdot \frac{m}{V} \cdot d = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \cdot \frac{1}{S \cdot d} \cdot d = \frac{\Delta Q}{\Delta T \cdot S},$$

$$W = \frac{C}{S} \left[\frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{m}^2} \right], \text{ dakle akumulacija je topl.kapacitet/m}^2$$

Zagrijavanje

- zavisi od koeficijenta prodiranja toplote b (što je b manje – zagrijavanje je brže)
- brže zagrijavanje – treba postaviti bolju izolaciju sa unutrašnje strane zida

Hlađenje (pogledati prelaz toplote – Njutnov z.hlađenja)

- brzina procesa hlađenja predstavlja odnos akumulacije toplote i toplotne propustljivosti Λ :

$$\frac{W}{\Lambda} = \frac{c \cdot \rho \cdot d}{\frac{\lambda}{d}} = \frac{c \cdot \rho \cdot d^2}{\lambda}$$

- što je odnos $\frac{W}{\Lambda}$ veći **zid će se sporije hladiti**
- **analiza:**
 - mala akumulacija W (možda zbog male mase) \rightarrow potrebno je smanjiti λ (tj. povećati izolaciju) kako bi odnos $\frac{W}{\Lambda}$ zadržali
 - slojeviti zidovi sa dobrom spoljašnjom izolacijom se sporije hlade, ali to je u suprotnosti sa zahtjevom za brzim zagrijavanjem (malo b), gdje dobru izolaciju treba postaviti sa unutrašnje strane.

Kolebanja spoljašnje temperature

- objekat treba biti **toplotno inertan**
- svako prigušivanje amplitude vezano je za pomjeranjem faze – što određuje toplotnu inertnost
- toplotna inertnost – proizvod otpora toplote i

koeficijenta prodiranja toplote: $\frac{d}{\lambda} \cdot \sqrt{\lambda \rho c} = d \sqrt{\frac{\rho c}{\lambda}}$

- što je ovaj proizvod veći – veće je prigušivanje amplitude – pomjeranje faze.

Gubici toplote kroz prozore i vrata

- Gubici toplote usljed:
 - Keficijent toplotnog prolaza k
 - Površina građevinskog elementa
 - Razlika u temperaturama spolja i unutra
 - **Propustljivost vazduha**
- Da bi vazduh strujao, mora postojati **razlika pritiska** sa unutarnje i vanjske strane objekta, koju stvara vjetar

v [m s ⁻¹]	4	6	8	10	12	15
p_{st} [Pa]	10,3	23	41	64	92	145

- Razlika pritisaka izvan i unutar objekta ($p_a - p_i$) je mjerodavna za prolaz vazduha i obični iznosi $0,25 - 0,5 p_{st}$
- Zapremina vazduha koja prostruji u jed.vremena:

$$\frac{V}{t} = l \cdot a \cdot (p_a - p_i)^{2/3} \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right]$$

l – dužina spojeva prozora ili vrata;

a – koeficijent koji zavisi od kvaliteta izrade (ona količina vazduha koja prostruji za 1h kroz 1m spoja pri razlici pritisaka od 1 Pa)

- Gubitak toplote po 1h:

$$q_L = \frac{V}{t} \cdot c_{vaz} \cdot \rho_{vaz} \cdot (t_{Li} - t_{La}) \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{h}} \right]$$

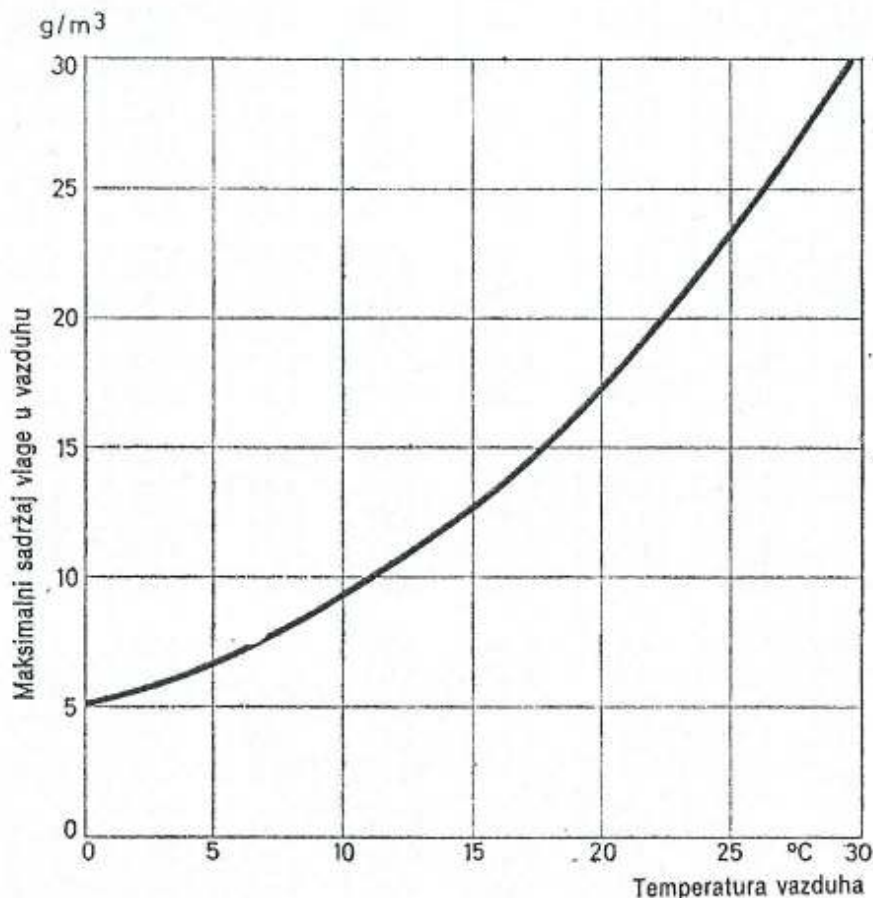
ili kad se uvrste vrijednosti

$$q_L = \frac{V}{t} \cdot 1295 (t_{Li} - t_{La}) \quad \left[\frac{\text{J}}{\text{h}} \right]$$

VLAGA

Sadržaj vlage u vazduhu

- ◆ Na određenoj temperaturi, vazduh može da primi maksimalno određenu količinu vodene pare, koja jako zavisi od temperature.

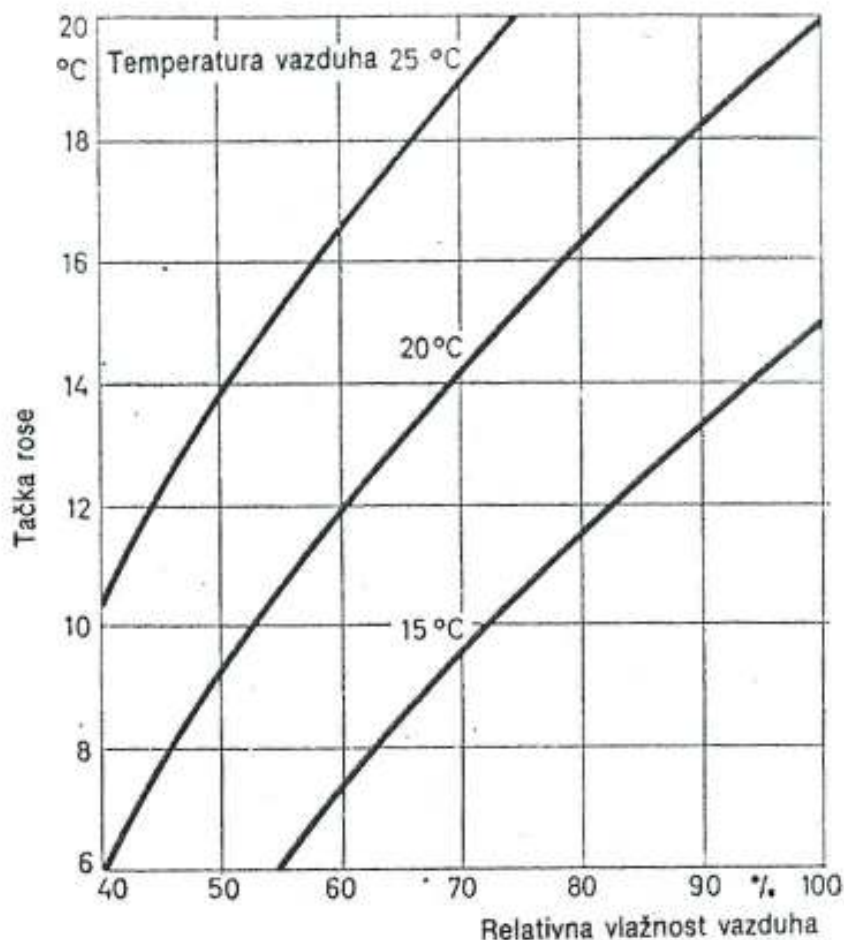


- ◆ vodena para učestvuje u ukupnom pritisku sa svojim parcijalnim pritiskom – p , a kad je vazduh zasićen vodenom parom – pritisak zasićenja parom p_s

- ◆ relativna vlažnost: $\varphi = \frac{p}{p_s} \cdot 100$ [%]

- ♦ **tačka rose (rošenja) t_s** – ona temperatura pri kojoj je vazduh potpuno zasićen vodenom parom ($\varphi=100\%$)

Temperatura vazduha [$^{\circ}\text{C}$]	Temperatura rošenja t_s [$^{\circ}\text{C}$]			
	$\varphi=30\%$	$\varphi=50\%$	$\varphi=70\%$	$\varphi=90\%$
0	-15,7	-9,3	-4,9	-1,5
10	-6,8	0	4,8	8,4
20	1,9	9,2	14,3	18,3
30	10,5	18,4	23,9	28,2
40	19,1	27,6	33,5	38



Sadržaj vlage u građevinskom materijalu

♦ maseni sadržaj vlage: $u_m = \frac{G_{vl} - G_{suv}}{G_{suv}} \cdot 100 \quad [\%]$

♦ zapreminski sadržaj vlage: $u_V = u_m \frac{\rho_{mat}}{\rho_{H_2O}} \quad [\%]$

Rošenje i vlaga na unutrašnjoj strani građ.elementa

♦ uzroci:

1. građevinski element nije dobro toplotno proračunat
2. dobro proračunata toplotna izolacija, ali je zagrijavanje početno i sporo. Ovo se dešava jer se površina zida zagrijava sporije od vazduha, pa jedno vrijeme temp.površine može biti ispod t_s
3. suviše velika vlažnost vazduha – rješenje je isključivo u provjetranju
4. difuzija vodene pare

Koliki je minimum toplotne izolacije?

(odgovor na uzrok pod tačkom 1.)

♦ trajno zagrijavanje (stacionarno stanje) – temperatura površine je određena toplotnom izolacijom (otporom propustljivosti toplote $1/\Lambda$, tj. koef.prolaza toplote k) i temperaturama vazduha sa obe strane

♦ proračun minimalne vrijednosti propustljivosti:

$$q = k \cdot S \cdot (t_{Li} - t_{La}) \quad \text{– stacionarno stanje,}$$

$$q = \alpha_i \cdot S \cdot (t_{Li} - t_s) \quad \text{– unutrašnja strana zida,}$$

t_s – temperatura rošnja

izjednačavanjem ove dve jednačine dobijamo:

$$\boxed{k_{\max} = \frac{\alpha_i (t_{Li} - t_s)}{(t_{Li} - t_{La})}} \quad \text{– najveći dozv.koef.prolaza toplote}$$

odavde i iz izraza $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\Lambda} + \frac{1}{\alpha_a}}$ možemo odrediti

najmanji otpor propustljivosti toplote:

$$\frac{1}{\Lambda} = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_a} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{\Lambda_{\min}} = \frac{(t_{Li} - t_{La})}{\alpha_i (t_{Li} - t_s)} = \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_a}}$$

Difuzija vodene pare kroz građevinski element i unutrašnja kondenzacija

(uzrok br.4)

- ♦ ako sa obe strane građevinskog elementa postoji razlika pritiska, dolazi do difuzije vodene pare:

$$g = k_D \cdot (p_1 - p_2) \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right] \quad \text{– fluks vodene pare}$$

k_D – koeficijent prolaza pare

$$k_D = \frac{1}{\frac{1}{\beta_1} + \frac{d_1}{\delta_1} + \frac{d_2}{\delta_2} + \dots + \frac{d_n}{\delta_n} + \frac{1}{\beta_2}}$$

$\delta_1 \dots \delta_n$ – koeficijenti propustljivosti vodene pare $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}} \right]$

β_1, β_2 – koeficijenti prelaza vodene pare $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}} \right]$

$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{\frac{d_1}{\delta_1} + \frac{d_2}{\delta_2} + \dots + \frac{d_n}{\delta_n}}$ - koeficijent otpora propustljivosti vodene pare

- ♦ u praksi su $1/\beta_1$ i $1/\beta_2$ male veličine pa je $\Delta \approx k_D$

- ♦ tabelarno se koristi **koeficijent otpora difuziji (μ)** koji označava koliko puta je veći otpor difuzije sloja nekog materijala od otpora sloja vazduha iste debljine i pod istim okolnostima:

$$\delta = \frac{1.771 \cdot 10^{-10}}{\mu} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}} \right] - \text{koef. provodljivosti v. pare}$$

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{\mu \cdot d}{1.771 \cdot 10^{-10}} \left[\frac{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}}{\text{kg}} \right] - \text{otpor propustljivosti v. pare}$$

Materijal	Koef. otpora difuziji μ
Produžni cementni malter	35
Krečno-gipsani malter	10
Beton-kameni agregat	50
Prefabrikati od betona	100
Beton od plovućca	10
Gas-beton, peno-beton	5
Ploče od gipsa	8
Azbestno-cementne ploče	50
Zidovi od: opeka od kreča i pijeska	15
Klinker za visokogradnju	100
Klinker sa velikim šupljinama	100
Puna, fasadna, šuplja opeka	10
Lake ploče od drevene vune	2 – 5
Ploče od plute	10
Drvo: hrast, bukva, smreka	50 – 200

Iverica	50 – 100
Polistirol...prema gustini	25 – 70 i 100 – 300
Poliuretani	50 – 100
Bitumen ljepenka	2500
Krovna ljepenka	50000
Polivinilhlorid folije	50000
Polietilen folije	100000
Folije od Al	∞

- ◆ koeficijenti prelaza vodene pare se uglavnom zanemaruju, ali ako se i oni uračunavaju...
 - unutar prostorija, $t = 10 - 20$ °C, pri razlici temp. između zidova i vazduha $5 - 10$ °C

$$\beta = 3,33 \cdot 10^{-8} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}} \right] \text{ koef.prelaza v.pare}$$

$$\frac{1}{\beta} = 3 \cdot 10^7 \left[\frac{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{Pa}}{\text{kg}} \right] \text{ otpor prelazu v.pare}$$

- na otvorenom, $t = -20$ do 30 °C

Meteo-prilike	β	$1/\beta$
Bez vjetra	$9,37 \cdot 10^{-8}$	$1,07 \cdot 10^7$
Vjetar 5 [m s^{-1}]	$17,71 \cdot 10^{-8}$	$0,56 \cdot 10^7$
Vjetar 25 [m s^{-1}]	$70,85 \cdot 10^{-8}$	$0,14 \cdot 10^7$