

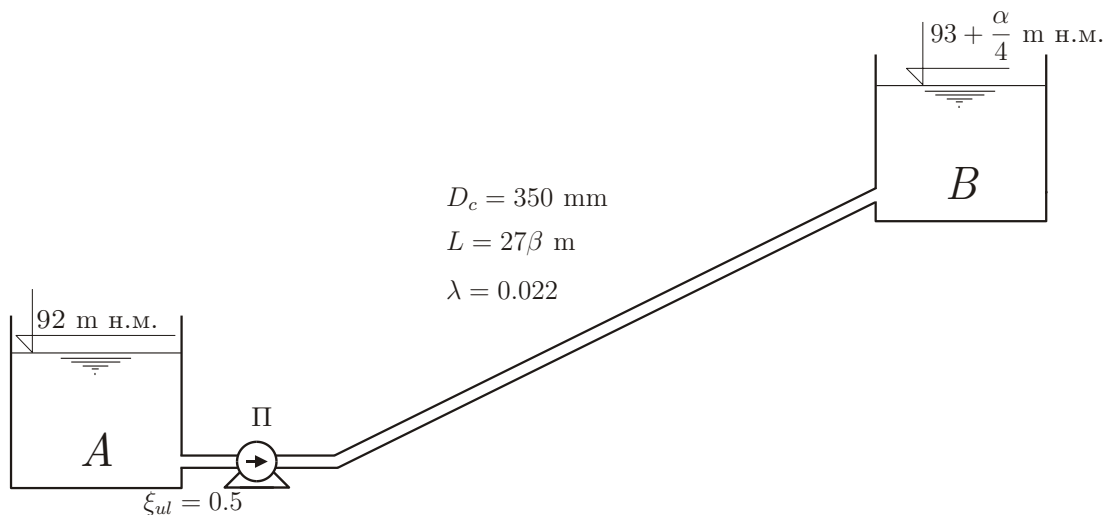
Задатак 2.1

Одређивање радне тачке пумпе

Из резервоара "А" вода се пумпом потискује у резервоар "В". Дужина цевовода је 27β m. Пречник цеви је 350 mm, а коефицијент трења усвојити да је константан и једнак $\lambda = 0.022$. Карактеристика пумпе може се изразити једначином:

$$H_p = 100 + 12 Q - 300 Q^2$$

Коефицијент локалног губитка енергије на улазу у цев је $\xi_{ul} = 0.5$. За податке на скици потребно је одредити радну тачку пумпе графичком методом.



Задатак 2.2

Одређивање радне тачке пумпе

За цевовод и пумпу из претходног задатка, одредити радну тачку применом методе *Regula falsi*.

Домаћи 2

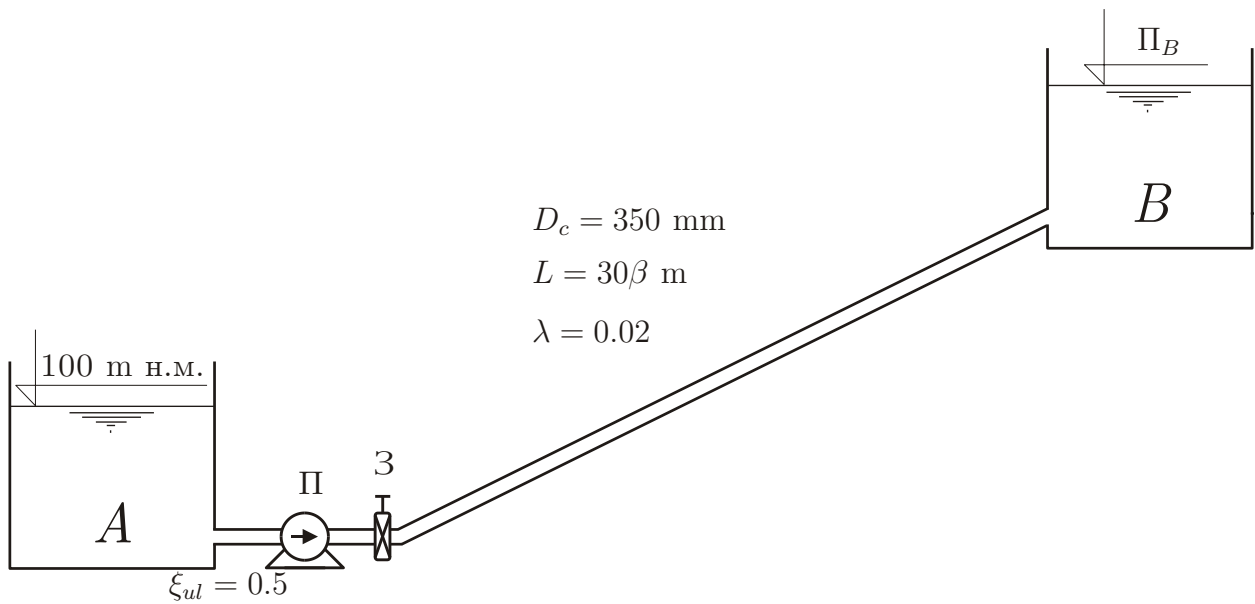
Пумпа

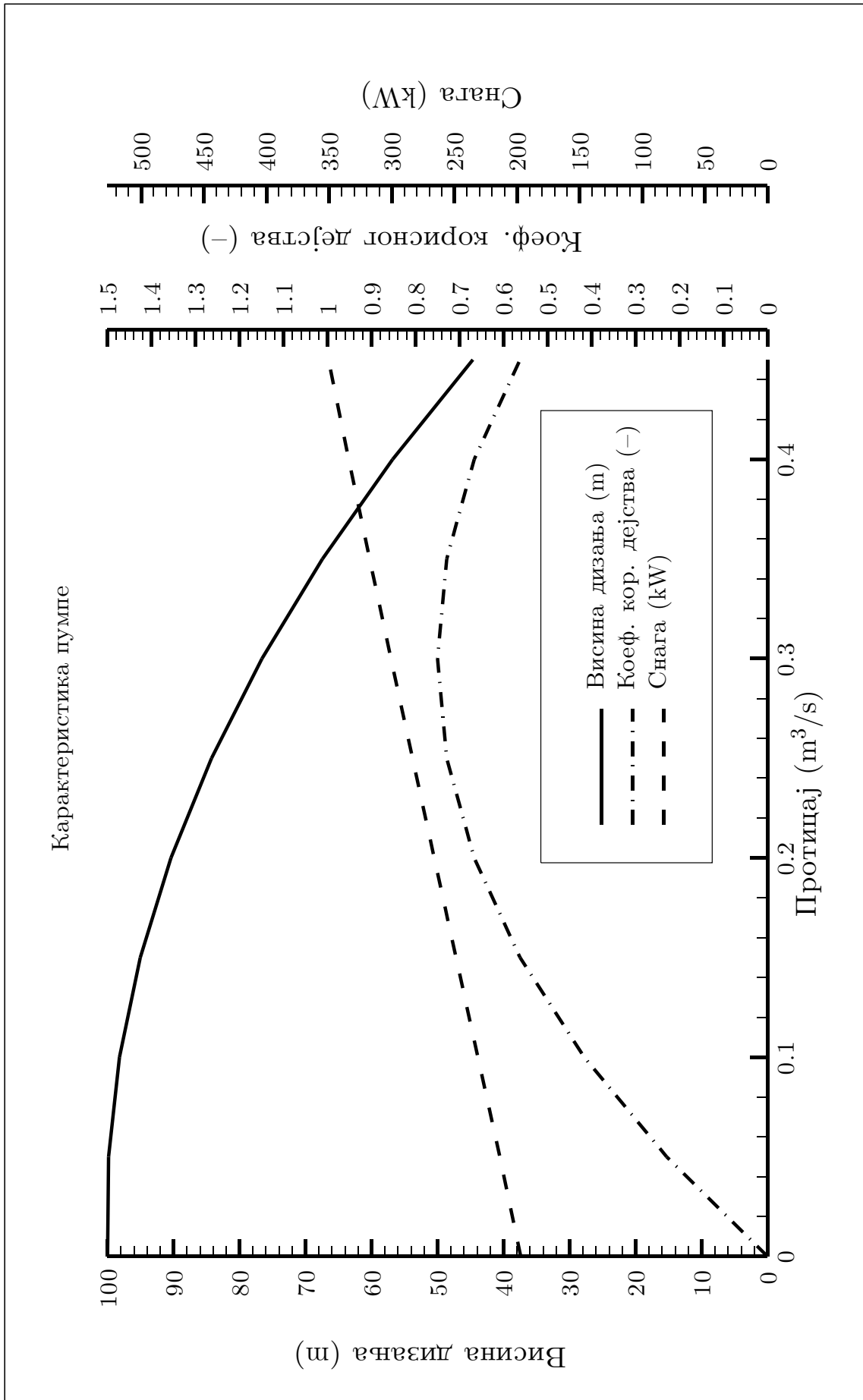
Из резервоара "А" вода се пумпом потискује у резервоар "В". Дужина ценовода је 30β m, а пречник цеви је 350 mm. Претпоставити да је коефицијент трења $\lambda = 0.02$, константан. Карактеристика пумпе може се изразити једначином:

$$H_p = 85 + 10Q - 250Q^2$$

Непосредно иза пумпе "П" уграђен је затварач "З". Коефицијент локалног губитка енергије на улазу у ценовод је $\xi_z = 0.5$, а на затварачу је $\xi_z = 10$. За податке као на скици, потребно је:

1. нацртати зависност протицаја од коте нивоа у резервоару "В"
2. на једном дијаграму приказати карактеристику пумпе и карактеристике ценовода за случајеве када је кота у резервоару "В": $\Pi_B = (100 - \alpha)$ m н.м, $\Pi_B = 100$ m н.м. и $\Pi_B = (100 + \alpha)$ m н.м.
3. уколико је ниво у резервоару "В" $\Pi_B = (100 + \alpha)$ m н.м доцртати на дијаграму из претходне тачке карактеристике ценовода за $\xi_z = 10$ и $\xi_z = 50$. Упоредити радне тачке које се добијају у једном и другом случају.
4. користећи приложени дијаграм за пумпу $\eta(Q)$, срачунати ангажовану снагу пумпе за случај када је $\Pi_B = (100 + \alpha)$ m н.м. и $\xi_z = 10$.

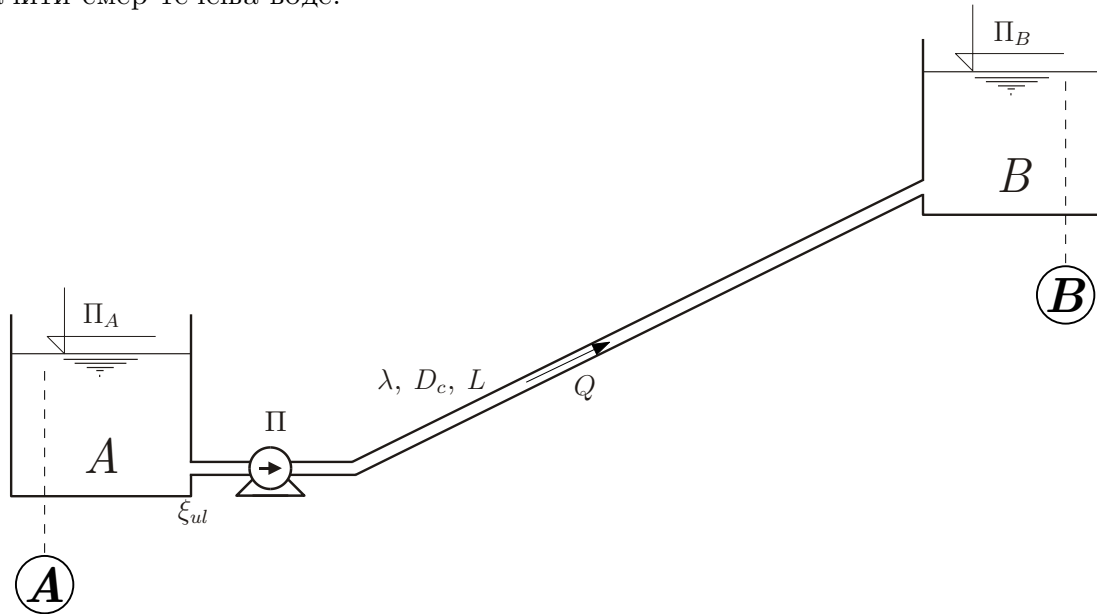




Објашњења задатака

Задатак 2.1

Да би урадили овај задатак, потребно је нацртати скицу и на њој уписати своје вредности и означити смер течења воде.



Слика 1: Скица са ознакама које ће бити коришћене у задатку

Задатак се решава применом Бернулијеве једначине коју пишемо за флуидни делић који креће из пресека у резервоару **A** и стиже до пресека у резервоару **B**. Будући да је на цевовод прикључена пумпа, она се у Бернулијевој једначини уписује уз губитке енергије и има негативан предзнак¹:

$$E_A = E_B + \Delta E_{A-B} - H_p,$$

где је H_p – енергија по јединици тежине коју пумпа предаје флуиду. Како је брзинска висина воде у резервоарима занемарљива у односу на брзинску висину воде у цеви, из претходне једначине добијамо:

$$P_A = P_B + \left(\xi_{ul} + \lambda \frac{L}{D_c} + 1 \right) \frac{Q^2}{2gA_c^2} - H_p = P_B + R_C Q^2 - H_p$$

Ова једначина се може написати у следећем облику:

$$H_p = K_c, \tag{1}$$

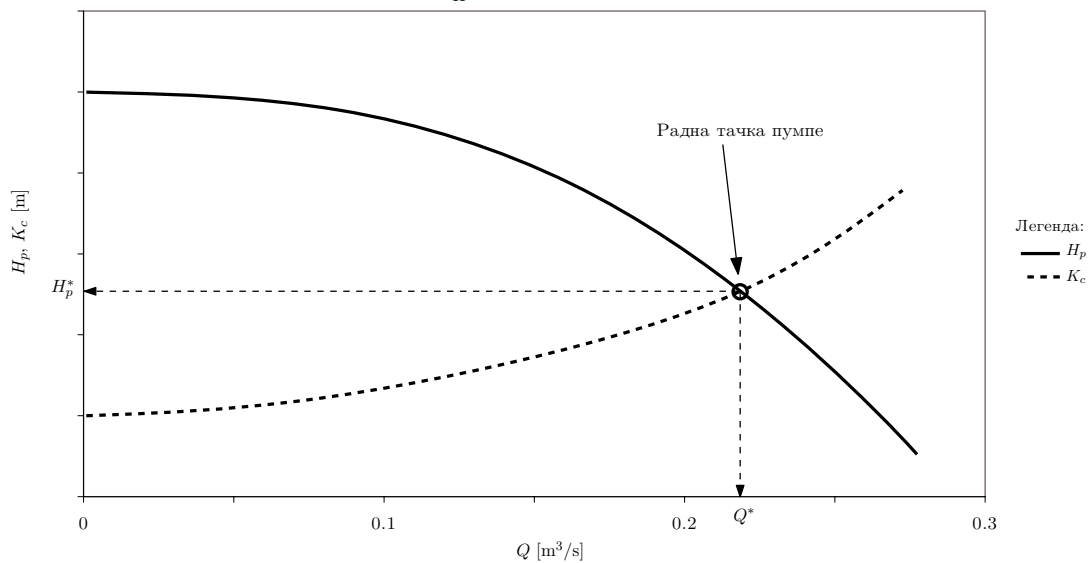
при чему се величина $K_c = P_B - P_A + R_C Q^2$ назива карактеристика цевовода. Ова величина представља количину енергије коју пумпа треба да дода флуиду. Да бисмо одредили вредност протицаја кроз цевовод, потребно је карактеристику пумпе и карактеристику цевовода нацртати на истом графику. Тражена вредност протицаја Q^* , се добија у пресеку ове две криве.

¹Пумпа је хидрауличка машина која додаје енергију флуиду

Одређивање радне тачке пумпе

$$R_Q : 10 \text{ cm} \simeq 1 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$R_H : 20 \text{ cm} \simeq 1 \text{ m}$$



Слика 2: График за одређивање радне тачке пумпе

Задатак 2.2

У овом задатку ћемо видети да је претходни проблем могуће решити и нумерички. Решење ћемо наћи тако што ћемо задатак свести на тражење нуле функције. Да бисмо то урадили потребно је да напишемо функцију:

$$F(Q) = H_p - K_c, \tag{2}$$

Да бисмо задовољили једначину (1), морамо наћи такво Q^* да буде испуњено:

$$F(Q^*) = 0, \tag{3}$$

Метода Regula falsi: Ова метода се примењује на интервалу ограниченог тачкама a_0 и b_0 . Њихове вредности бирамо тако да је знак функције у овим тачкама различит (што значи да се унутар овог интервала налази бар једна нула). Овај услов се може математички изразити на следећи начин² (што значи да се унутар овог интервала налази бар једна нула). На слици 3 вредност ове функције у тачки a_0 је негативна, а у b_0 је позитивна. Следећи корак је да конструишемо праву која пролази кроз тачке $(a_0, F(a_0))$ и $(b_0, F(b_0))$. Вредност за коју ова линија сече апсцису ћемо означити са Q_0 , и може се показати да је њена вредност једнака:

$$Q_0 = a_0 - F(a_0) \frac{b_0 - a_0}{F(b_0) - F(a_0)} \tag{4}$$

Након што смо одредили ову вредност, границе новог интервала $[a_1, b_1]$ опет усвајамо да на њему функција мења знак при чему једна граница има вредност Q_0 . То се може написати у следећој форми:

²математички се овај услов може написати $sign(F(a_0)) \neq sign(F(b_0))$, где је:

$$sign(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ -1, & x \leq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

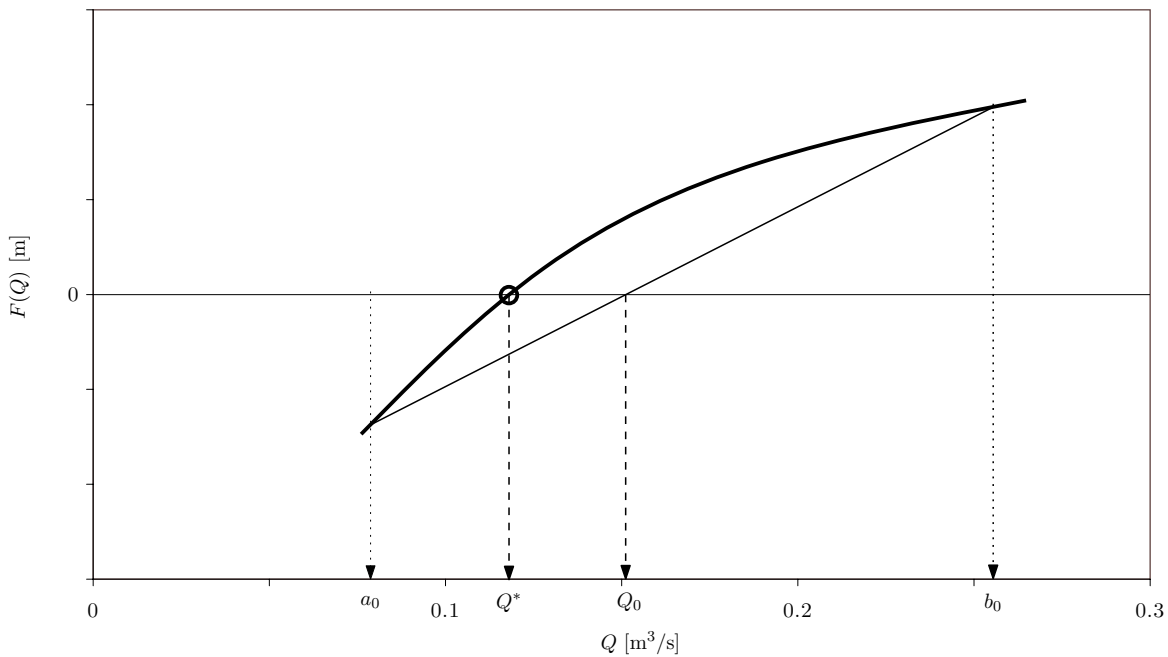
$$a_1 = \begin{cases} a_0, & \text{sign}(F(a_0)) \neq \text{sign}(Q_0) \\ Q_0, & \text{sign}(F(a_0)) = \text{sign}(Q_0) \end{cases} \quad (5)$$

$$b_1 = \begin{cases} Q_0, & \text{sign}(F(b_0)) = \text{sign}(Q_0) \\ b_0, & \text{sign}(F(b_0)) \neq \text{sign}(Q_0) \end{cases} \quad (6)$$

Одређивање радне тачке пумпе методом *Regula falsi*

$$R_Q : 10 \text{ cm} \simeq 1 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$R_{F(Q)} : 20 \text{ cm} \simeq 1 \text{ m}$$



Слика 3: Објашњење методе *Regula falsi*

Након одређивања новог интервала конструише се права кроз тачке $(a_1, F(a_1))$ и $(b_1, F(b_1))$ и одређујемо вредност Q_1 . После n корака, може се написати да је:

$$Q_n = a_n - F(a_n) \frac{b_n - a_n}{F(b_n) - F(a_n)}$$

Да бисмо видели колико смо се приближили траженој вредности нуле Q^* , израчунаћемо грешку:

$$\varepsilon = \frac{|Q_i - Q_{i-1}|}{Q_i} \cdot 100,$$

и уколико је она већа од 3% понављамо поступак, у супротном ћемо за "тачну" вредност протицаја узети вредност Q_i . Прорачун спровести табеларно (види пример табеле 1).

Табела 1: *Одређивање вредности протицаја применом методе Regula falsi*

i	a_i [m ³ /s]	$F(a_i)$ [m]	b_i [m ³ /s]	$F(b_i)$ [m]	Q_i [m ³ /s]	ε [%]
0						
1						

Након што одредимо вредност протицаја и висине дизања пумпе, снага пумпе се одређује помоћу следећег израза:

$$S_p = \frac{\rho g Q H_p}{\eta} \quad (7)$$

Домаћи 2

Задатак се решава применом знања стеченог у претходна два задатка. При раду користити следеће смернице:

1. Нацртати зависност промене протицаја од коте нивоа у резервоару **"B"**, користити следеће вредности нивоа:
 - $P_B = 100$ m н.м. (решење наћи применом методе Regula falsi)
 - $P_B = (100 \pm \alpha)$ m н.м. (решење наћи аналитички)
 - $P_B = (100 \pm 2\alpha)$ m н.м. (решење наћи аналитички)
2. Дијаграме са карактеристикама нацртати на посебном листу милиметарског папира формата А4

НАПОМЕНА: Сваки цртеж и график мора садржати наслов и хоризонталну и вертикалну размеру. Свака табела мора имати наслов (као у објашњењима).